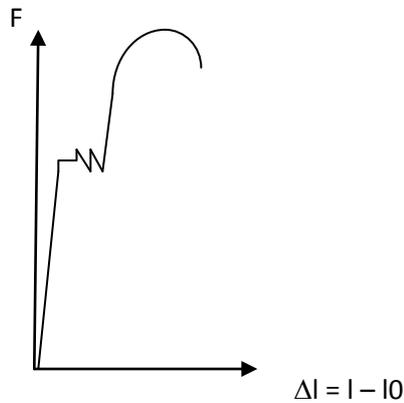


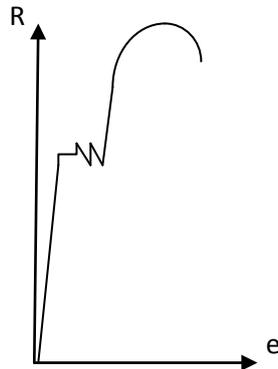
## Déformations élastiques et plastiques

### 1. L'essai de traction

Lorsqu'on exerce une force sur une éprouvette de traction en général cylindrique de longueur  $l_0$  et de section  $S_0$ , on obtient la courbe :

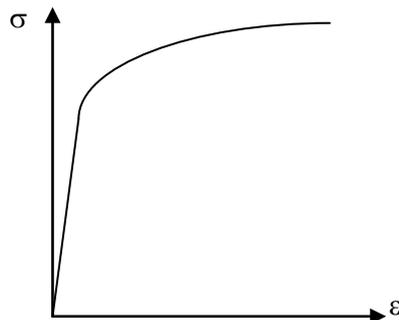


Afin de comparer différentes éprouvettes, et de retrouver la même courbe pour des éprouvettes de dimensions différentes mais réalisées dans un même matériau, on trace  $R = \frac{F}{S_0}$  la résistance à la traction en MPa en fonction de  $e = \frac{\Delta l}{l_0}$  l'allongement conventionnel relatif :



Evidemment,  $S_0$  et  $l_0$  varient donc on définit  $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{R S_0}{S} = R \frac{S_0}{S}$ . Comme on admet que  $V = \text{Cte}$  donc que  $l_0 S_0 = l S$ , on a :  $\frac{S_0}{S} = \frac{l}{l_0} = 1 + e$  et donc  $\sigma = R (1 + e)$

L'allongement rationnel est défini par  $\varepsilon = \int \frac{dL}{L} = \ln \frac{L}{L_0} = \ln (1 + e)$ . On peut ainsi tracer la courbe rationnelle :



On note la zone de traction élastique suivant la loi de Hooke  $R = E \epsilon$  ou  $\sigma = E \epsilon$ .  $E$  est le module d'Young.

Au-delà, on est dans le domaine plastique jusqu'à  $R_m$  résistance maximale à la traction puis dans la zone de striction où l'éprouvette se rétrécit de façon « catastrophique » jusqu'à la rupture  $R_r$  où  $\sigma_r$ .

Dans la zone plastique, la courbe suit une loi de la forme  $\sigma = k \epsilon^n$  où  $n$  est le coefficient d'écrouissage. On a évidemment  $\ln \sigma = n \ln \epsilon + b$  qui permet de déterminer la valeur de  $n$ .

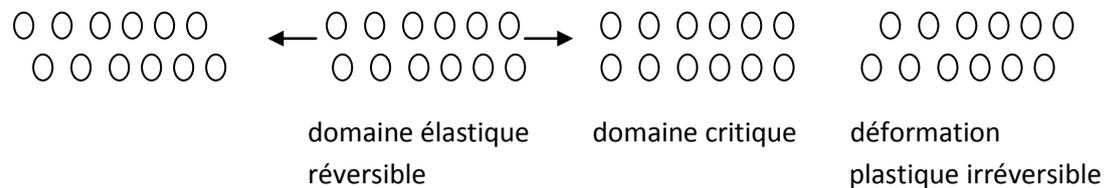
Dans la zone élastique, on définit le coefficient de Poisson tel que  $\epsilon_x = \epsilon_y = -\nu \epsilon_z$ .

Si on admet que  $\frac{dV}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \epsilon_z (1 - 2\nu) = 0$  d'où  $\nu = 0,5$ .

## 2. Modèles de limite de traction

### a. Modèle atomique

On considère un réseau cristallin simple. Une traction provoque le déplacement des rangées d'atome :



On passe successivement du domaine élastique au domaine plastique.

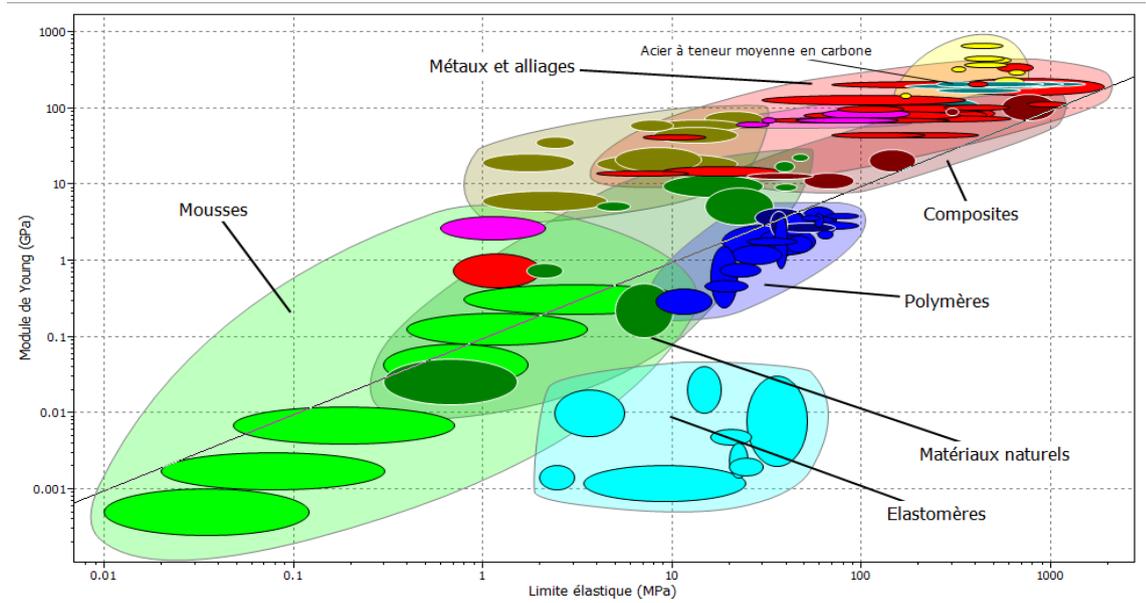
On peut représenter la contrainte par une fonction sinusoïdale  $\sigma = \sigma_m \sin 2\pi \frac{x}{a}$  où  $a$  est le paramètre de maille.

Le domaine sera d'autant plus élastique que  $2\pi \frac{x}{a}$  sera petit donc  $\sigma = \sigma_m 2\pi \frac{x}{a}$

En identifiant à  $\sigma = E \epsilon$  avec  $\epsilon = \frac{x}{a}$ , on a  $\sigma_m = \frac{E}{2\pi}$ .

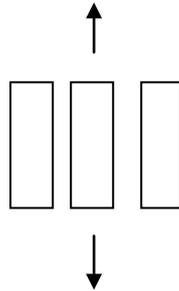
Expérimentalement, on voit sur le graphique réalisé avec CES que  $E / \sigma_m$  est de l'ordre de 100 à 1000.

Il est normal que le modèle atomique apparaisse trop schématique.



**b. Modèle des ressorts**

Considérons que les atomes sont liés par des ressorts :



La rupture entraîne la création de 2 surfaces et nécessite une énergie  $W = 2 A S$ .  
Les ressorts s'allongent s'ils sont soumis à une force  $F = k x$ , soit une énergie  $W = F x = R S e$  avec  $R = F / S$  et  $e = x / a$ . Comme  $e = R / E$ , on a finalement rupture si :

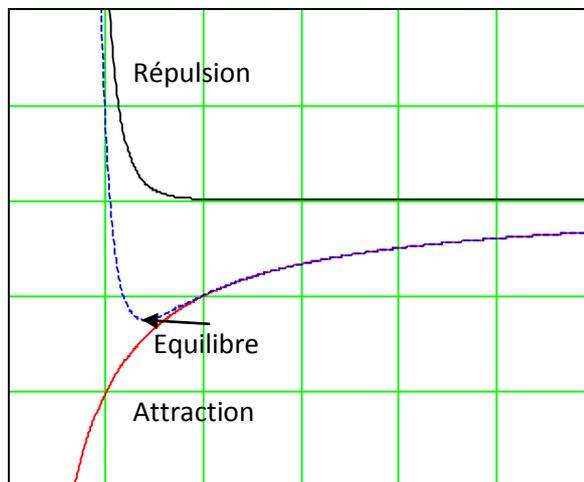
$$\frac{R^2 S a}{E} > 2 A S \text{ et donc } R > \sqrt{\frac{2 A E}{a}}$$

On retombe sur un résultat analogue au précédent.

**c. Modèle de la liaison ionique**

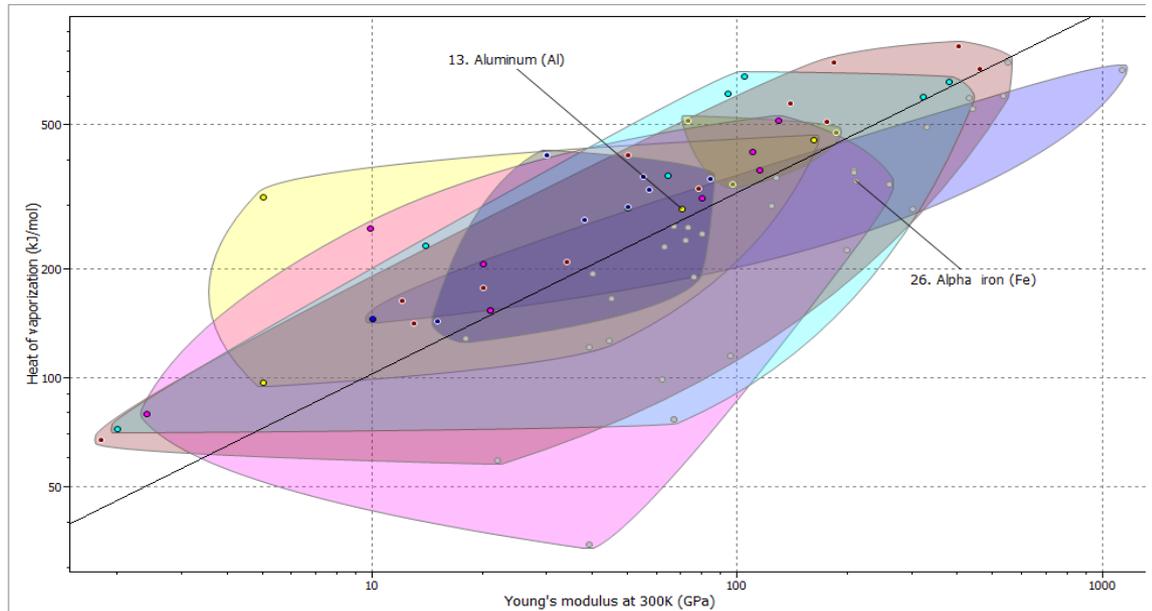
On peut considérer un modèle plus complexe faisant intervenir les forces électriques attractives et répulsives entre les atomes, électrons et noyaux...

La courbe bleue est la somme de ces énergies. Le minimum correspond à la position de stabilité des atomes.



Le modèle ne conduit pas plus à des résultats satisfaisants.

On note que l'énergie de rupture qui peut être assimilée à l'énergie de vaporisation du matériau est telle que  $\Delta H_v / E = \text{Cte}$  :

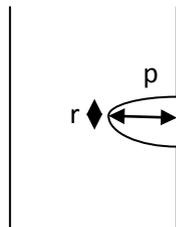


#### d. La correction de Griffith

Dans les années 1920, Griffith étudie des fils de plus en plus fin, appelés des whiskers. Il s'aperçoit que leur résistance à la rupture augmente et tend vers la valeur théorique attendue.

C'est la présence inévitable de défauts qui rend le métal plus fragile. Griffith

introduit un facteur de contrainte  $K = 1 + 2 \sqrt{\frac{p}{r}} = \frac{R_{théorique}}{R_{expérimental}}$  où  $p$  est la profondeur de la fissure et  $r$  son rayon de courbure.



On considère en général  $p = 1 \mu\text{m}$  et  $r = a = 0,3 \text{ nm}$ . On calcule  $K = 116...$

### 3. La ténacité

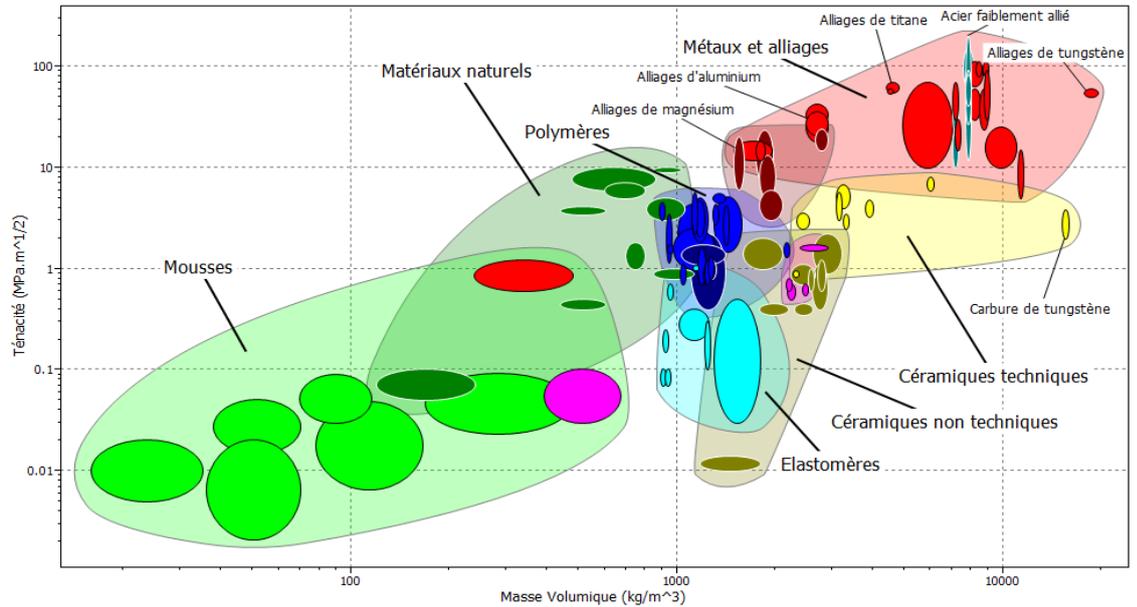
Le travail de traction élastique par unité de volume, appelée résilience, correspond à  $\frac{W}{V}$   
 $= \int_0^l \sigma d\epsilon$ .

Comme  $\sigma = E \epsilon$ , on a  $\frac{W}{V} = \int_0^{\sigma} \frac{\sigma}{E} d\sigma = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E}$ . On admettra que le volume de la contrainte autour de la fissure est  $V = \pi l^2 e$ .

Le travail pour créer une surface est  $W = 2 A l e$ .

D'où, on obtient  $\frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \pi l^2 e = 2 A l e$  à la rupture.

On peut écrire cette relation sous la forme  $\sigma^2 \pi l = 4 AE$  ou  $\sigma(\pi l)^{1/2} = (4AE)^{1/2}$ .  
 En fait, elle s'écrit  $K_c = \sigma(\pi l)^{1/2} = (G E)^{1/2}$  et définit la ténacité ou facteur d'intensité de contrainte en  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  ainsi que l'énergie à la rupture  $G_c$  en  $\text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}$ . Attention aux unités et prendre dans ce cas  $E$  en  $\text{GPa}$  ( $10^9 \text{ Pa}$ ).  
 $K_c$ ,  $G_c$ ,  $E$  sont des caractéristiques du matériau d'où  $l$  représente la longueur de fissure critique pour une contrainte  $\sigma$  donnée.

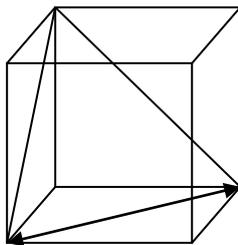


#### 4. Les dislocations

##### a. Les systèmes de glissement

Une traction sur un cristal met en jeu un système de glissement constitué d'une direction de densité maximum dans un plan de glissement.

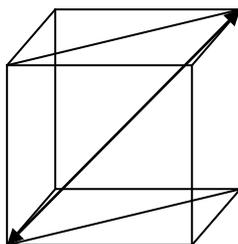
- Pour le réseau CFC :



On a représenté le plan (111) et la direction  $[1\bar{1}0]$ .

On remarque qu'il y a 12 systèmes de glissement correspondant à 4 plans et 3 directions par plan.

- Pour le réseau CC :



On a représenté le plan (110) et la direction  $[1\bar{1}\bar{1}]$  ou  $[\bar{1}11]$ .

Il y a ici 12 systèmes de glissement correspondant à 6 plans et 2 directions par plan.

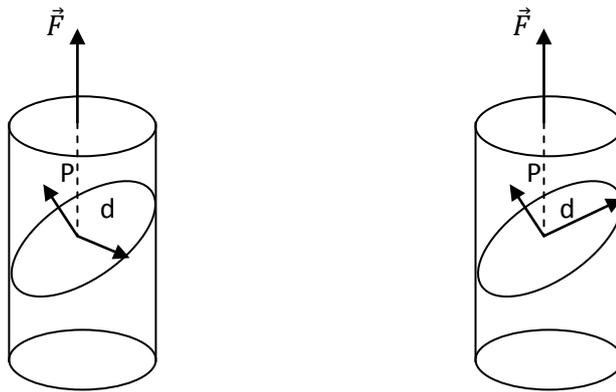
Pour un réseau CC, une direction  $[111]$  peut aussi appartenir à (112) ou (123)

**b. Le facteur de Schmid**

L'effet d'une contrainte dépend de l'orientation du système de glissement.

Elle sera inefficace si la direction de glissement et la contrainte sont orthogonales entre elles.

On définit  $p$  comme l'angle entre le plan de glissement et la contrainte,  $d$  comme l'angle entre la direction de glissement et la contrainte.



On peut ainsi définir une cission réduite  $\tau$ , caractéristique du matériau, qui

correspond à l'efficacité de la contrainte :  $\tau = \frac{F_{\text{suivant DG}}}{S_{\text{plan de glissement}}} = \frac{F \cos d}{\frac{S}{\cos p}} = \sigma s$  où

$s$  est le facteur de Schmid tel que  $s = \cos p \cos d$

On démontre que  $s$  est maximum pour  $p = d = \frac{\pi}{4}$  et qu'ainsi  $s = \frac{1}{2}$ . On a alors  $\sigma = 2 \tau$  minimal.

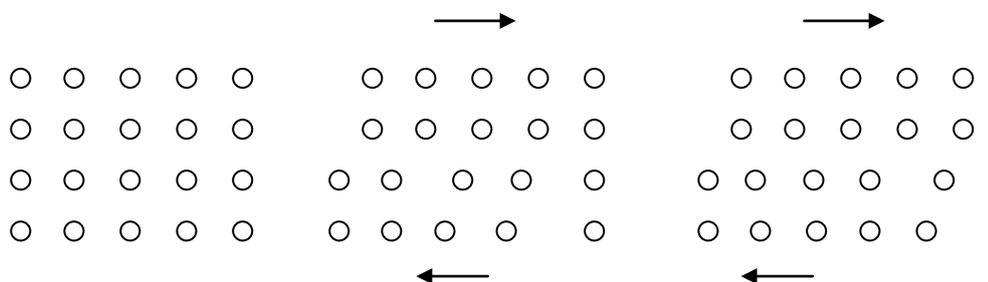
**c. La géométrie des dislocations**

Le déplacement des atomes se fait grâce aux sollicitations, traction, compression, torsion... et à la présence de défauts cristallins, lacunes, insertions, joints de grains... Nous avons donc des lignes de dislocations.

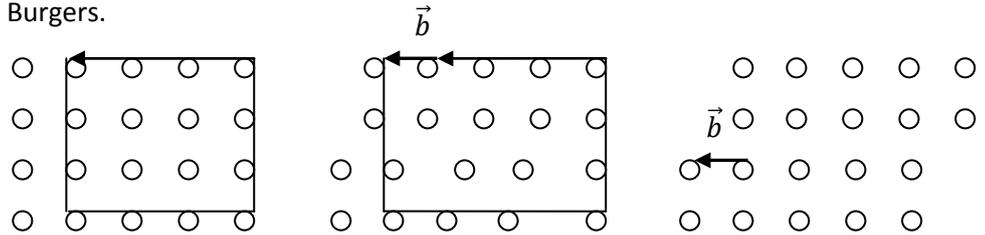
Le mouvement ne se fait pas brutalement mais de façon continue. Il est facilité par un mouvement analogue à un tapis (tapis de Mott) ou une chenille.



On distingue la dislocation coin et la dislocation vis, même si la dislocation réelle est un mélange des 2 formes. On trouve ci-dessous la représentation schématique pour un cristal de réseau cubique simple :



On peut réaliser un circuit fermé autour de la dislocation. C'est le circuit de Burgers.



En notant  $a$  le paramètre de maille, on a :

- Pour le réseau cfc,  $\vec{b} = \frac{a}{2}\langle 110 \rangle$
- Pour le réseau cc,  $\vec{b} = \frac{a}{2}\langle 111 \rangle$

Les dislocations coin sont notées  $\perp$  car le vecteur de Burgers est orthogonal à la normale des atomes. Les dislocations vis sont notées  $//$ , le vecteur de Burgers est colinéaire avec ce plan.

On note qu'une dislocation peut être le résultat de 2 dislocations successives. En considérant que l'énergie est  $E = k b^2$  où  $k$  est une constante, cela signifie que :

$$\vec{b} = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 \text{ et } b^2 < b_1^2 + b_2^2$$

De plus, la présence de dislocations facilite le glissement et contribue à la ductilité du matériau. Mais, les dislocations peuvent se multiplier et constituer un obstacle au mouvement des atomes et donc à la déformation plastique des matériaux.

Afin de rendre le matériau plus dur et moins plastique, on va multiplier les défauts par affinement du grain, formation de solutions solides, écrouissage...