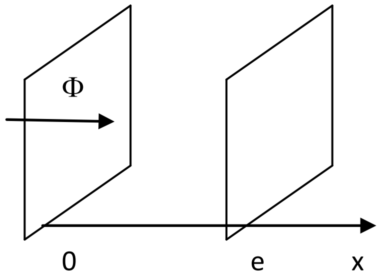
Propagation de la chaleur dans un matériau

1. **L'équation de propagation de la chaleur**
   a. **Application au mur**

Soit un mur dont les parois sont à températures constantes et différentes. Un flux de chaleur parcourt donc ce mur.



La loi de Fourier conduit à écrire : $\Phi = \frac{P}{S} = -\lambda \frac{dT}{dx}$ d'où $dT = -\frac{\Phi}{\lambda} dx$

Au bilan, on obtient T = $T_1 - \frac{\Phi}{\lambda} x$. L'évolution de la température dans le mur est par conséquent linéaire.

On note que l'on peut définir la résistance thermique R = $\frac{e}{\lambda S}$ en °C.W^{-1}.

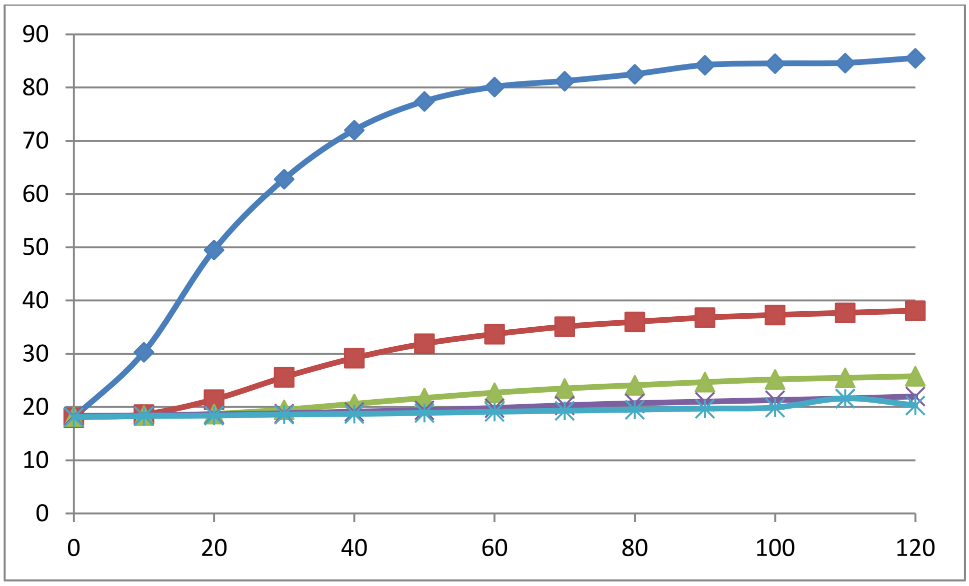
Les matériaux s'associent entre eux les uns contre les autres de façon que R = Σ R.

   b. **Mise en température d'une barre**

Une barre chauffée à une extrémité sera soumise à un flux de chaleur que l'on considère monodirectionnel. L'évolution de la température est donc dans un premier temps fonction de la position et du temps.

On remarque 3 phases : la conduction domine puis la convection devient de plus en plus importante. Enfin, la conduction et la convection s'équilibrent d'où on atteint un régime stationnaire indépendant du temps.

Voila ci-dessous l'allure des courbes obtenues pour un acier :



On admettra l'équation de propagation de la chaleur : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho c}{\lambda}\frac{\partial T}{\partial t}$ où ρ est la masse volumique, c la chaleur massique et λ la conductivité thermique du matériau.

Elle découle du fait que la variation de flux entre 2 surfaces chauffe le matériau :

$$-\lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_x + \lambda\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x+dx} = \lambda\left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)dx = \frac{mc}{S}\frac{dT}{dt}$$

La relation est analogue à la loi de Fick pour la diffusion. Elle admet donc pour solution :

$$(T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty) = (1 - erf(u))$$

avec $erf(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^u e^{-v^2}dv$ et $v = \frac{x}{2\sqrt{D\,t}}$ et $D = \frac{\lambda}{\rho c}$

2. La barre semi-infinie en régime stationnaire

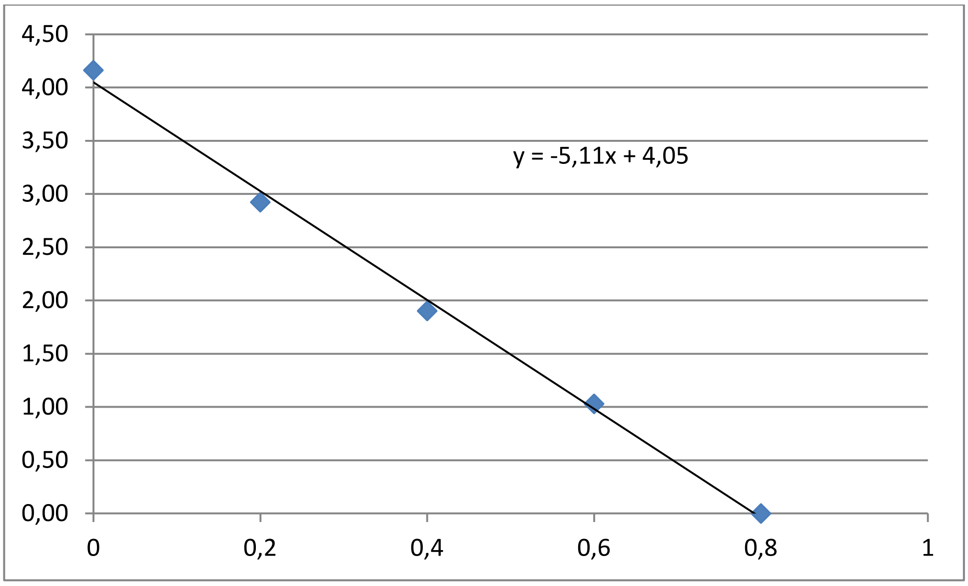
Dans le régime stationnaire, l'équilibre conduit à la relation : $\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{2h}{r\lambda}\Delta T$.

Il découle de l'équilibre entre la variation du flux de chaleur et l'échange par convection de la surface de la pièce :

$$-\lambda S\left(\frac{dt}{dx}\right)_x + \lambda S\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x+dx} = \lambda S\left(\frac{d^2T}{dx^2}\right)dx = hS'\Delta T$$

Cette équation différentielle a pour solution : $T - T_a = (T_0 - T_a)e^{-\sqrt{\frac{2h}{r\lambda}}x}$.

On trace en général Ln$(T - T_a) = f(x)$. Il s'agit d'une droite dont on détermine la pente k = $\sqrt{\frac{2h}{r\lambda}}$:

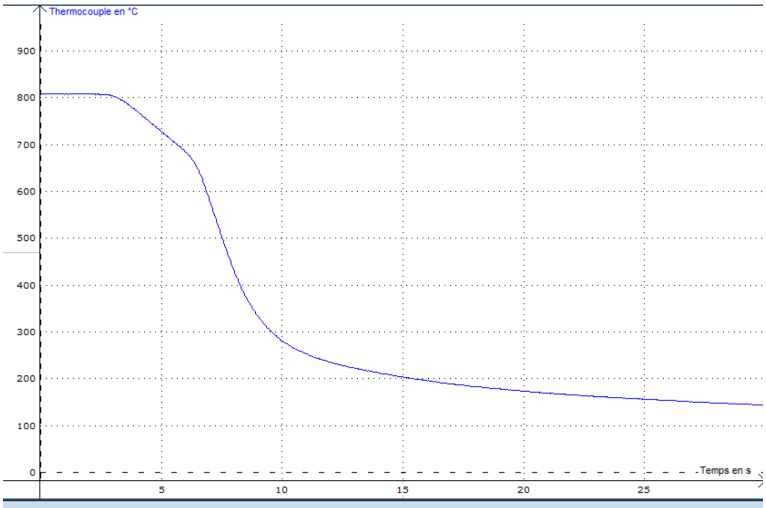


On en déduira en général la valeur de h, les valeurs de r, λ et k étant connues.

3. La sévérité d'un milieu de trempe

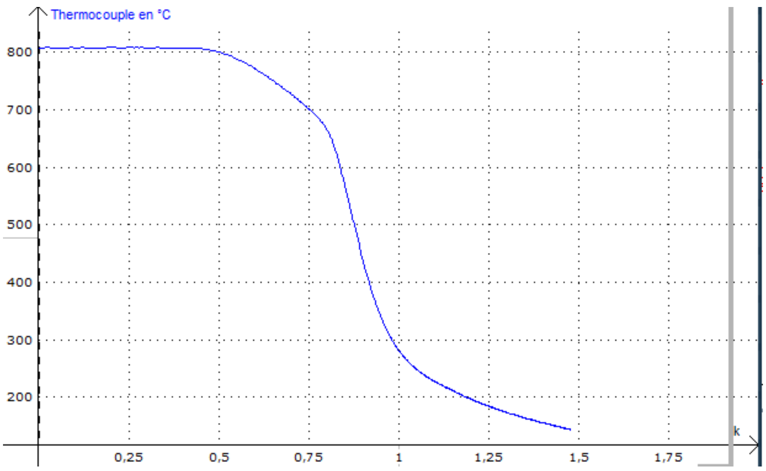
La définition de la sévérité d'un milieu de trempe concerne les aciers. Il s'agit donc de caractériser les différents fluides qui refroidissent un acier après austénitisation et qui conduiront à la formation de constituants micrographiques différents à l'ambiante. La définition quantitative a été introduite par Grossmann avec la relation $H = \frac{h}{2\lambda}$ où h est le coefficient de convection thermique du fluide et λ le coefficient de conduction thermique de la pièce (pour l'acier 25 $W.m^{-1}.K^{-1}$ à 850 °C). H est donc en m^{-1}.

Avec un appareil adapté, on obtient la courbe de refroidissement ci-dessous :

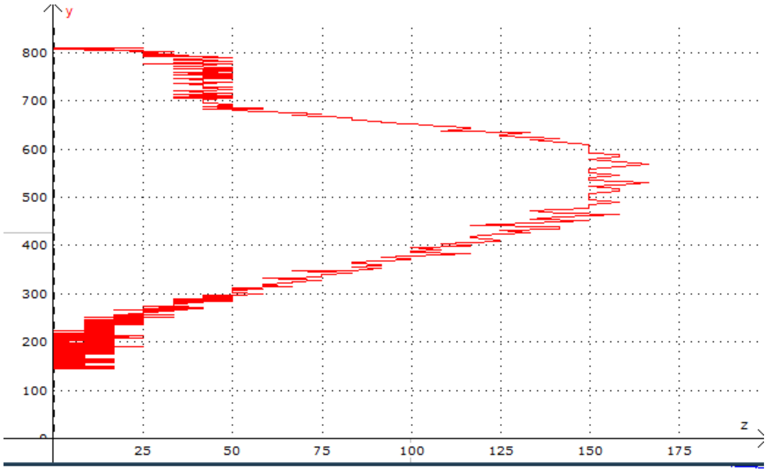


A première vue, de la forme d'une exponentielle décroissante, elle suit la loi de Newton.

La courbe T = f(log(t)) confirme cette appréciation. Elle a l'allure des courbes tracées dans les diagrammes TTT et TRC :



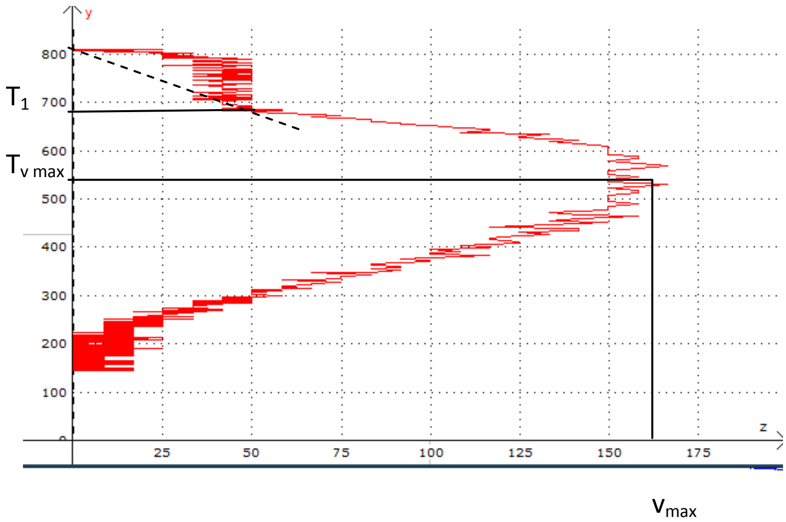
L'aspect change totalement si l'on trace T = f(v) avec v = $\left|\frac{dT}{dt}\right|$:

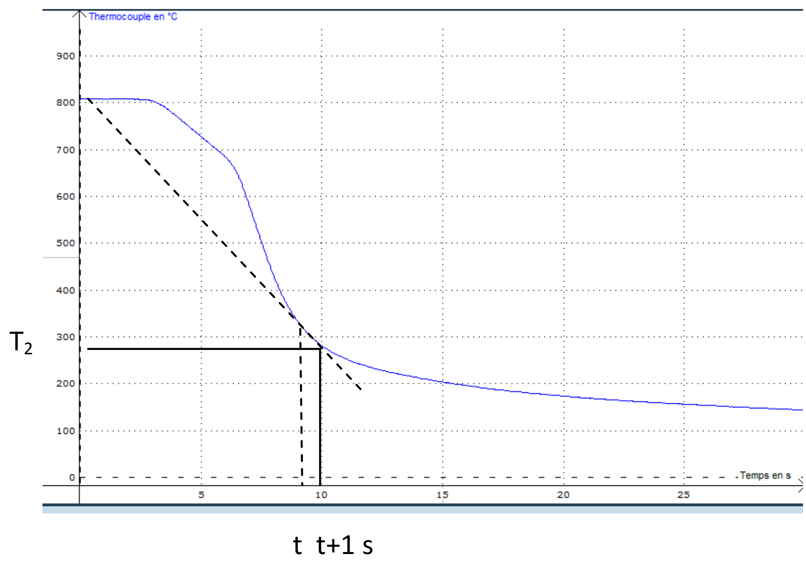


On note 3 phases de refroidissement :

- Un début lent où le fluide en fait, étant chauffé par la pièce, se vaporise. La gaine de vapeur isole la pièce. C'est la caléfaction.
- Une phase de refroidissement rapide où le fluide est en mouvement de convection rapide autour de la pièce.
- Une phase de refroidissement lent qui suit la loi de la convection de Newton.

Les courbes permettent de calculer une valeur normalisée de H à partir de la relation : $H = K\frac{v_{max}}{T_{vmax} - T_{bain}}$ où K est la constante de l'appareil, v_{max} et T_{vmax} les valeurs déterminées sur la courbe de la vitesse de refroidissement maximum et la température correspondante. T_{bain} est la température du bain de fluide de trempe. On complétera par les valeurs T_1 et T_2 dont l'écart complète l'analyse de l'efficacité du refroidissement.




Thermocouple en °C
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
T₂
5
10
15
20
25
Temps en s
t t+1 s