

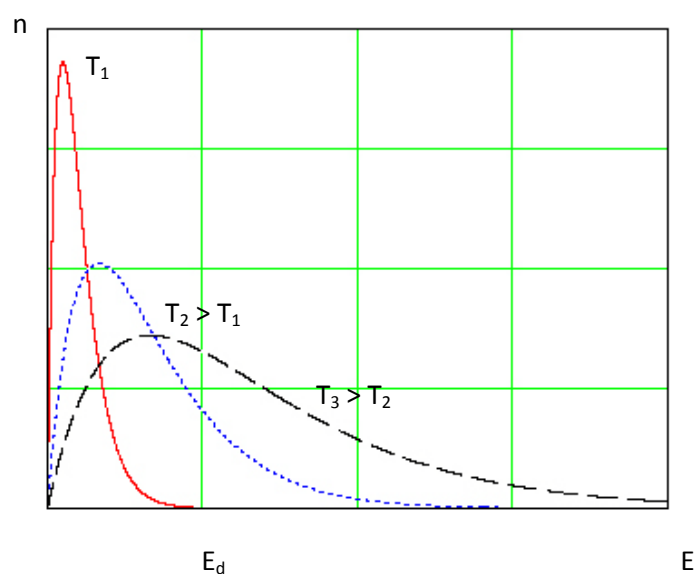
La diffusion

Elle dépend du temps et de la température. Toutes les transformations à l'état solide sont concernées à l'exception notable de la transformation martensitique qui est instantanée et ne dépend que de la température.

Les atomes se déplacent d'autant mieux qu'il y a des lacunes dans le réseau cristallin et qu'ils sont petits. Une température élevée favorise la diffusion.

On peut imaginer qu'un bloc de cuivre pur collé à un bloc de nickel pur deviendra un bloc homogène de solution solide à 50 % au bout d'un temps suffisamment long et à température suffisamment élevée.

Les atomes diffusent s'ils ont une énergie supérieure à E_d . Plus la température augmente, plus il y a d'atomes qui ont l'énergie suffisante pour diffuser.



On a ci-dessus la représentation de la distribution de Maxwell Boltzmann qui représente le nombre de molécules en proportion ayant une énergie E pour une température donnée. Si l'énergie E_d est nécessaire pour assurer la diffusion, on voit que quasiment aucun atome ne diffusent à la température T_1 , plus à T_2 et beaucoup à T_3 .

On notera que la distribution est de la forme : $n = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{1}{2} \frac{mv^2}{kT}}$ où m est la masse d'un atome, $k = \frac{R}{N} = \frac{8,32}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ la constante de Boltzmann, v la vitesse des atomes et T la température. L'énergie correspondra à $E = \frac{1}{2} mv^2$, l'énergie cinétique des atomes. On a aussi $\int_0^\infty n(v) dv = 1$

1. Les lois de la diffusion

On les appelle les lois de Fick. Elles sont analogues aux lois de transfert de la chaleur.

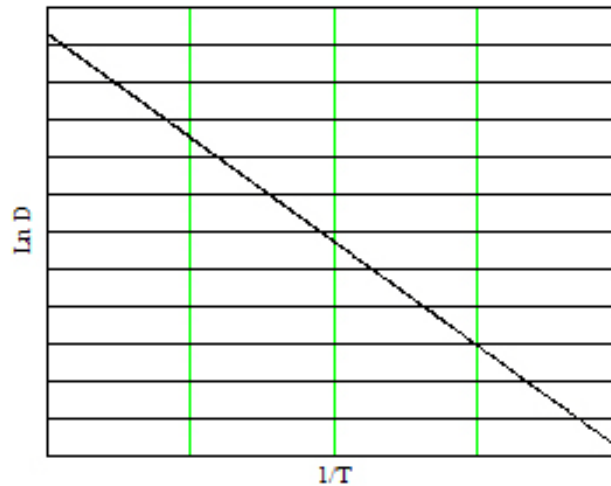
a. Le coefficient de diffusion

D est le coefficient de diffusion en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. D augmente avec la température et dépend de l'énergie de diffusion. Il est donné par la loi d'Arrhenius

$D = D_0 e^{-\frac{E_d}{RT}}$ où R est la constante des gaz parfaits et T la température en K. D_0 et E_d dépendent de l'espèce suffisante et du milieu de diffusion.

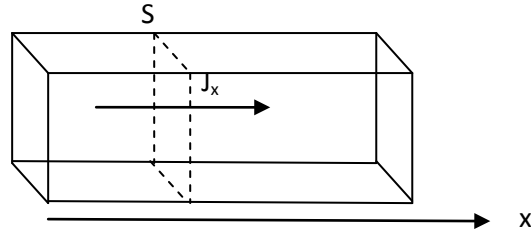
Espèce diffusante	Milieu de diffusion	D_0 en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	E_d en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$
Cu	Ni	$2,7 \cdot 10^{-5}$	256
C	Fe_γ	$2,3 \cdot 10^{-5}$	148

La courbe $\ln D$ en fonction de $1/T$ est donc une droite :



b. La 1^{ère} loi de Fick

On considère la diffusion d'un élément à travers une surface.



Le flux de matière qui la traverse est : $J_x = \frac{1}{S} \frac{dm}{dt} = -D \frac{\partial c}{\partial x}$ où J_x est en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ et c en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ est la concentration de l'élément diffusant dans le milieu de diffusion.

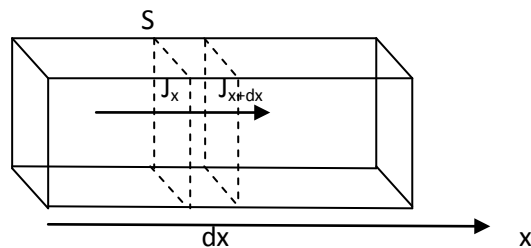
c. la 2^{ème} loi de Fick

Elle s'écrit : $\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$.

On notera que cette loi est analogue à l'équation de propagation de la chaleur :

$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ avec $D = \frac{\lambda}{\rho c}$ où c est ici la chaleur massique.

On peut la démontrer :



- En x , il entre pendant dt , une masse $dm_e = S J_x dt$
- En $x + dx$, il sort $dm_s = S J_{x+dx} dt = S (J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx) dt$

Au bilan, la variation de masse dans $dV = S dx$ est :

$$dm = dm_e - dm_s = -S \frac{\partial J_x}{\partial x} dx dt = -dV \frac{\partial J_x}{\partial x} dt.$$

$$\text{On a donc : } \frac{\partial J_x}{\partial x} = -\frac{dm}{dV dt} = -\frac{\partial c}{\partial t} \text{ soit } \frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial J_x}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

2. Conséquences des lois de Fick

a. Solution de la 2^{nde} loi de Fick

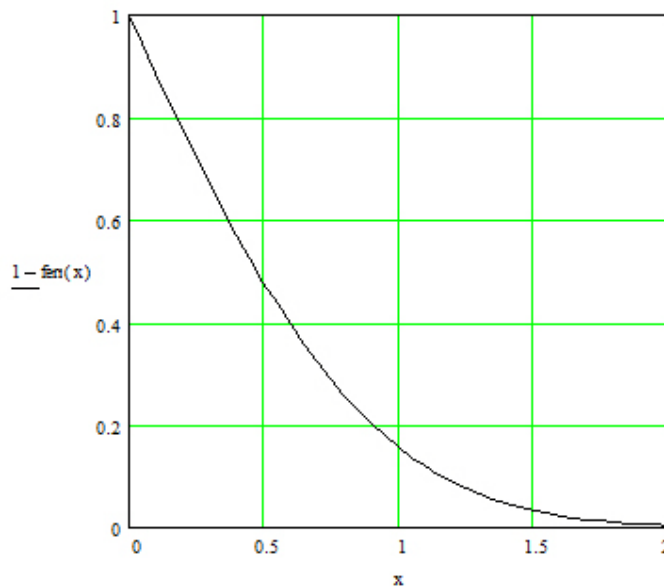
La solution est de la forme : $(c - c_0)/(c_\infty - c_0) = \text{erf}(u)$

$$\text{avec } \text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-v^2} dv \text{ et } v = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$$

On trouvera en annexe les valeurs de $\text{erf}(u)$ et le graphe correspondant.

En général, on préfère la solution sous la forme :

$(c - c_\infty)/(c_0 - c_\infty) = (1 - \text{erf}(u))$ dont la représentation graphique est :



b. Equivalence de traitements

De la solution précédente, 2 traitements sont équivalents si :

$$\frac{x}{2\sqrt{Dt}} = \text{Cte} \text{ donc } Dt = \text{Cte} \text{ soit finalement } t e^{\frac{E_d}{RT}} = \text{Cte}$$

Exemple :

En cémentation, considérons $D = 6.10^{-12} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$, $t = 4 \text{ h}$ à 900°C

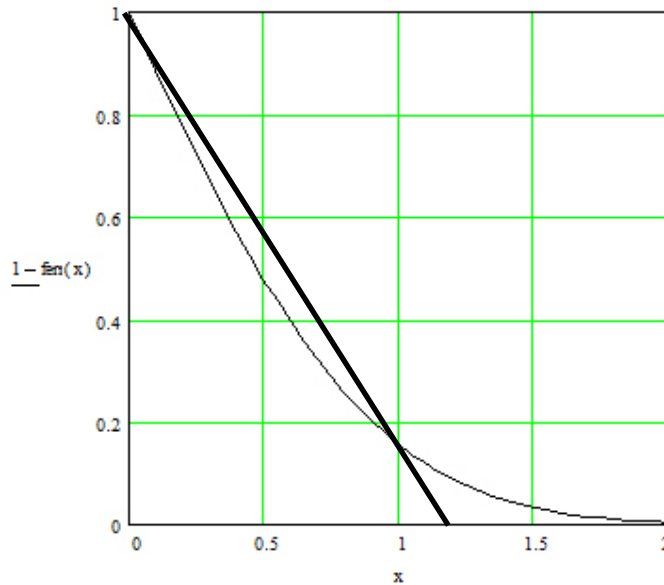
et $D = 5,3.10^{-11} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ à 1100°C . On a une durée de $\frac{1}{2}$ heure environ.

L'inconvénient majeur est le grossissement du grain.

c. Profondeur de diffusion

$$\text{Il est utile de noter que } \int_0^\infty (1 - \text{erf}(v)) dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

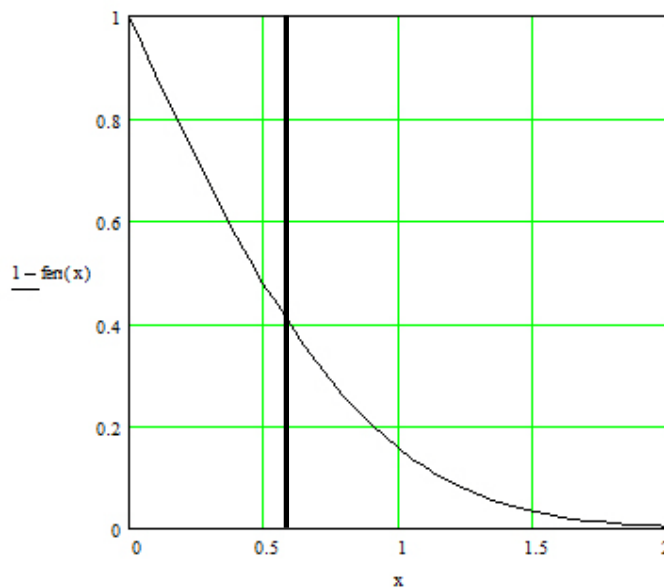
$$\text{On peut calculer } \int_0^2 (1 - \text{erf}(v)) dv = \int_0^3 (1 - \text{erf}(v)) dv = 0,563 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$



On a ainsi la surface que délimite la courbe telle que :

$$\int_0^{\infty} (1 - \operatorname{erf}(v)) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{2} x_f, \text{ avec } x_f \text{ profondeur fictive limite.}$$

On définit aussi la profondeur de cémentation x_c :



Ici on obtient : $\int_0^{\infty} (1 - \operatorname{erf}(v)) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} = x_c$.

On remarque que $x_c = \frac{1}{2} x_f$, ce qui est aussi confirmé graphiquement.

Comme, $v = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}$, on en déduit que :

$$dv = \frac{dx}{2\sqrt{Dt}} \text{ d'où } \int_0^{\infty} (1 - \operatorname{erf}(v)) dx = \int_0^{\infty} (1 - \operatorname{erf}(v)) 2\sqrt{Dt} dv = 2 \frac{\sqrt{Dt}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\text{et finalement : } x_c = \frac{1}{2} x_f = 2 \sqrt{\frac{Dt}{\pi}}.$$

Exemple :

En cémentation, $D = 6 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 3 \text{ h}$ d'où $x_c = 0,28 \text{ mm}$